PS2315 Abril-Julio 2016
Dpto. Procesos y Sistemas
Universidad Simón Bolívar
Tarea 1

.
Leer Kamen y Heck: Secciones 1.1, 1.2.

Fecha de entrega: viernes 22 de abril, antes de las 10:30 am, en el Departamento de Procesos y Sistemas. MYS 3er Piso.

Nota: i) Cada tarea debe estar plenamente identificada con Nombre, Apellido y Carnet.. ii) cada problema debe presentar su enunciado y solución bien redactada y presentada. iii) las tareas son individuales (pueden discutir entre ustedes las soluciones; sin embargo, no se aceptarán soluciones o argumentos "idénticos"), y violación a esta regla implicará NOTA CERO a todos (sin reclamo) los involucrados. iv) Todos los problemas de la 2da parte (que implican uso de Scilab) son obligatorios (de lo contrario tendrán CERO en la tarea).

1. Grafique la señal de tiempo continuo

$$f(t) = 2ramp(t)\, esc(t-2)$$

   Determine y grafique $f(-t)$, $f(t-2)$, $f(2t)$, $f\left(\frac{t}{2}\right)$, $f(2t-2)$

2. Grafique la señal de tiempo discreta

$$g(k) = \begin{cases} -2, & k < -4 \\ k, & -4 \leq k < 1 \\ \frac{4}{k}, & 1 \leq k \end{cases}$$

   (a) Determine y grafique $g(3-k)$
   (b) Determine y grafique $g(k-4) + 2g(3-k)$

3. Dibuje las siguientes señales

   (a) $f_1(t) = esc(t) + 5esc(t-1) - 2esc(t-2)\,,\ t \in R$
   (b) $f_2(t) = ramp(t) - ramp(t-1) - esc(t-2)\,,\ t \in R$
   (c) $f_3(t) = e^{-t} esc(t)\,,\ t \in R$
   (d) $f_4(k) = 2esc(k) + \delta(k)\,,\ k \in Z$
   (e) $f_5(k) = \cos\left(\frac{1}{2}\pi k\right) esc(k)\,,\ k \in Z$
   (f) $f_6(k) = esc\left[\cos\left(\frac{1}{2}\pi k\right)\right],\ k \in Z$
   (g) $f_7(t) = f_1(t)\, f_2\left(t + \frac{1}{2}\right)$
   (h) $f_8(t) = f_2(t)\, f_3(2-t)$

4. Considere la señal de tiempo continuo, $x(t)$, mostrada en la figura (1)

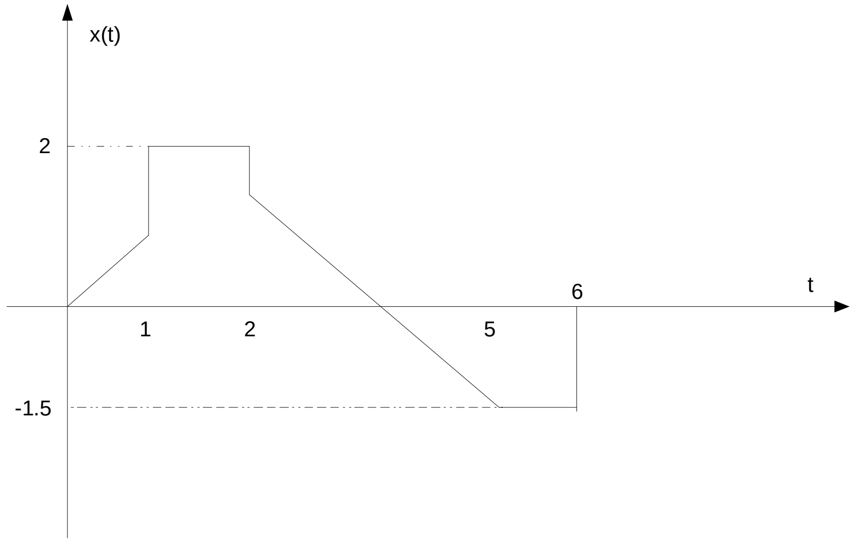

Figure 1: Señal de tiempo continuo

(a) Exprese la señal $x(t)$ como una "combinación lineal" de señales tipo escalón y rampa (reflejadas, escaladas, desplazadas, etc) sobre los números reales.

(b) Si $x(\lambda)$, $\lambda \in T$, fuera la señal de un grabador de video, su reflexión temporal $x(-\lambda), \lambda \in T$, correspondería a la señal de video cuando la tecla de rebobinado está pulsada (suponiendo que la velocidad de rebobinado y de reproducción fuera la misma).

Determine y grafique $x(-t)$.

(c) Además de su uso en la representación de fenómenos físicos, como en el ejemplo del video, la reflexión temporal es muy útil al examinar propiedades de simetría de una señal dada. Se dice que una señal $x \in S_e$ es par, o que tiene simetría par sobre el origen, si

$$x(\lambda) = x(-\lambda), \lambda \in T$$

y se dice que x tiene simetría impar si

$$x(\lambda) = -x(-\lambda), \lambda \in T$$

Una señal arbitraria $x \in S_e$ puede representarse siempre como la suma (punto a punto) de una señal par, x_p, y una señal impar, x_i, o sea

$$x(\lambda) = x_p(\lambda) + x_i(\lambda) \tag{1}$$

Demuestre que

$$\begin{aligned} x_p(\lambda) &= \frac{x(\lambda) + x(-\lambda)}{2} \\ x_i(\lambda) &= \frac{x(\lambda) - x(-\lambda)}{2} \end{aligned}$$

Nota: Demuestre primero que x_p (x_i) es par (impar) y luego que se cumple (1)

(d) Determine y grafique la parte impar y par de $x(t)$ mostrada en la figura (1).

(e) Además de la operación de reflexión temporal, la operacion de escalamiento temporal de una señal (λ) por un factor $\eta \in R$, $x(\eta\lambda)$, es muy usada para la representación de muchos fenómenos físicos com en el análisis y diseño de ciertos tipo de sistemas. En general, $x(\eta\lambda)$ será una versión comprimida de $x(\lambda)$ si $|\eta| > 1$ (la señal $x(\eta\lambda)$ ocupa un "soporte" temporal

$$soprt\,(x) = \{\lambda \in T : x(\lambda) \neq 0\}$$

menor que la señal original $x(\lambda)$). En caso contrario, $|\eta| < 1$, $x(\eta\lambda)$ será una versión expandida de $x(\lambda)$. Por ejemplo, si $x(t)$ fuera la salida de un grabador de sonido, $x(3t)$ correspondería a la señal obtenida cuando la grabación se reproduce a una velocidad tres vees superior a la que fue grabada $x(t)$ (todo sonaría mas agudo y muy rápido).

Determine y grafique $x(3t)$ y $x(t/3)$

5. En muchas aplicaciones de procesamiento digital de señales se rquiere realizar el filtraje "pasabajo" de una señal $x(k), k \in Z$, (para reducir cualquier "ruido que contamine x) mediante la operación

$$y(k) = \frac{1}{N}\sum_{\tau=0}^{N-1} x(k-\tau)$$

donde y es la versión filtrada de x, y N es la memoria del filtro. Demuestre que si $x(k)$ es un escalón unitario de tiempo discreto, entonces

$$y(k) = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ \frac{k+1}{N}, & 0 \leq k \leq N-1 \\ 1, & N-1 \leq k \end{cases}$$

Nota: Este problema es obligatorio y anulará los otros 4 previos si Ud no lo intenta.

Todos los problemas que se presentan a continuación requieren el uso de SCILAB. Cada solución (programa) deberá presentar la solución analítica (de ser necesaria), copia del programa de scilab (con su nombre, carnet y adecuadamente comentada por Ud), y las correspondientes gráficas (tituladas y con sus ejes etiquetados).

1. Mediante Scilab grafique la señal $f(t) = \sin(2\pi t)$ de tiempo continuo dado en el intervalo de tiempo $0 < t < 10$, con las siguienetes elecciones de resolución de tiempo Δt de la gráfica. Explique por qué las gráficas tienen las apariencias obtenidas:

   a) $\frac{1}{24}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2}$ e) 1

2. Mediante Scilab, grafique la señal original (TC) y la señal transformada versus t, para cada caso que se presenta a continuación.

   (a) $g(t) = 10\cos(2\pi t)\, trian\,(t)$, $5g(2t)$ donde

$$trian\,(t) = \begin{cases} 1-|t|, & |t| < 1 \\ 0 & |t| \geq 1 \end{cases}$$

   es la función triángulo unitario.

(b) $g(t) = \begin{cases} -2, & t < -1 \\ 2t, & -1 < t < 1 \\ 3 - t^2, & 1 < t < 3 \\ -6, & t > 3 \end{cases}$ y $-3g(-t+4)$

3. Mediante Scilab, grafique la señal original (TD) y la señal transformada versus k, para cada caso que se presenta a continuación.

   (a) $g(t) = \begin{cases} 5, & k \leq 0 \\ 5 - 3k, & 0 < k \leq 4 \\ -23 + k^2, & 4 < t \leq 8 \\ 41, & t > 8 \end{cases}$ y $g(3k)$.

   (b) $g(k) = 10\cos\left(\frac{10\pi k}{30}\right)\cos\left(\frac{2\pi k}{4}\right)$ y $4g[2(k+1)]$

4. Mediante Scilab, grafique cada una de las siguientes señales de tiempo discreto. Si una de las señales es periódica encuentre analíticamente el período y verifique a partir de la gráfica.

   (a) $h(k) = \sin\left(\frac{3\pi k}{2}\right)$

   (b) $g(k) = \sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right) + \cos\left(\frac{10\pi k}{3}\right)$

   (c) $f(k) = -3\cos\left(\frac{2\pi k}{7}\right)\sin\left(\frac{2\pi k}{6}\right)$ Nota: puede resultar útil expandir usando relación trigonométrica $\cos\sin$